8月　直毘神社、沫なぎ神社

【直毘神社算額第 5 問】

今有如図扇面内輪違大小二弧

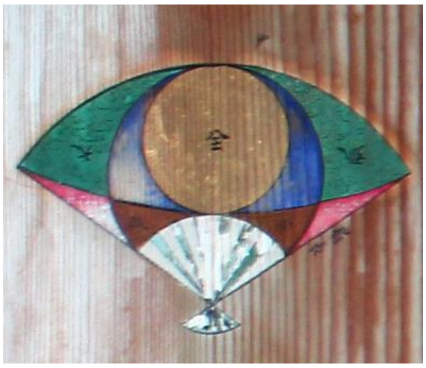
其罅容全円

只云大弧円径一十二寸

小弧円径四寸

扇長四寸五分

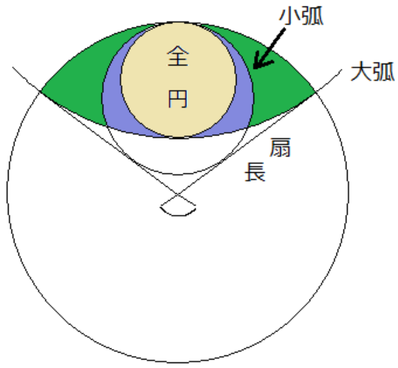
問全円径幾何　乃扇長者従頂至要



（明治 28 年　中妻村　志田栄治）

（題意）

扇面（円弧）内に、図のように
相交わる大小の弧があり、
その隙間（青色の部分）に
全円（隙間に内接する最大の円）を容れる。
大弧の直径を 12 寸、
小弧の直径を 4 寸、
扇長（扇の半径）を 4 寸 5 分
として、全円の直径を求めよ。



※　問題図において、小弧（円）は扇形に内接する最大の円であると解釈します。

（答と術文）

答曰円径三寸
術曰以小径除長因大径　以減長大径和　得全径合問

※　全円径＝（扇長＋大径）－（扇長×大径）÷小径 ＝ 3（寸）

【略解】)

直角三角形において、

・直角を挟む２辺の長さの比が３：４

・斜辺と他の１辺の長さの比が５：３または５：４

のいずれかが成り立つとき、この三角形は、

「3 辺の長さの比が 3：4：5 の直角三角形（相似)」

です（鉤股弦の定理)。これらを『みよこさん』と総称することにします。

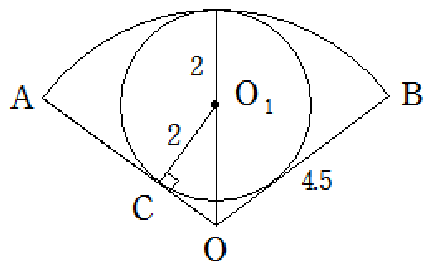


図１

半径 4.5 寸の扇形 OAB に内接する半径 2 寸の円の中心を O_1 とし、OA との接点を C とします（図 1)。このとき、

$OO_1=4.5-2=2.5,\ CO_1=2$

より、

$OO_1 : CO_1=2.5:2=5:4$

したがって、$\triangle OCO_1$ は『みよこさん』です。

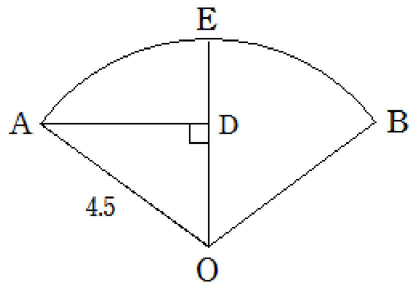


図２

次に、点 A から線分 OE に下した垂線の足を D とします（図 2)。このとき、

図１と図２において、

$\triangle ODA \backsim \triangle OCO_1$（相似）

よって、$\triangle ODA$ も『みよこさん』であり、

$$AD=4.5\times\frac{4}{5}=3.6$$

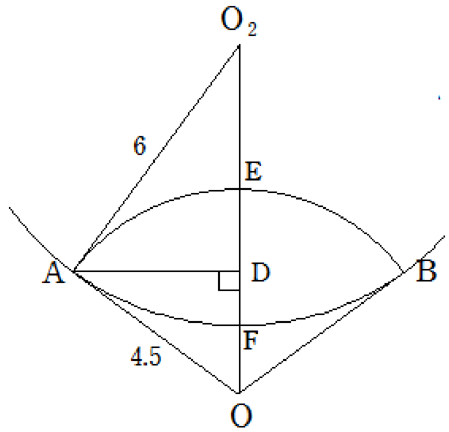


図３

最後に、２点 A、B を通る半径 6 寸の円弧を描き、その中心を O_2 とします（図 3)。このとき、

直角三角形 ADO_2 において、

$AO_2 : AD=6:3.6=5:3$

よって、この三角形も『みよこさん』であり、

この結果、$\triangle OAO_2$ も『みよこさん』($\angle OAO_2=90^\circ$）

であることが示されました。

ゆえに、$OO_2=6\times\frac{5}{4}=7.5$

から、　$EF=(OE+O_2F)-OO_2=(4.5+6)-7.5=3$（寸）

これが、全円（問題図）の直径です。

※　算額の術文は、上記の流れを文字で表すことによって得られます。

（文責：五輪教一）